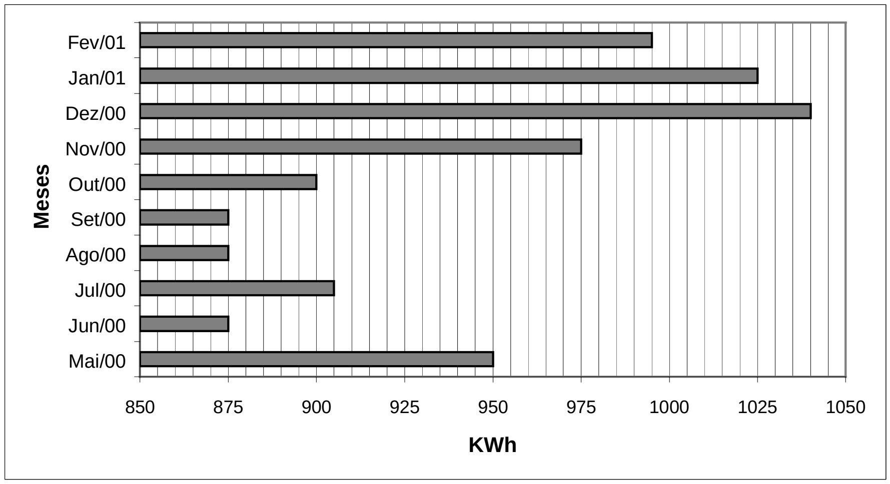
MATEMÁTICA (Cada questão desta prova vale até **cinco** pontos)

Questão 01

De acordo com a medida Provisória nº 2.148-1, de 22 de maio de 2001, e resoluções editadas pela Câmara de Gestão da Crise Energética, a CEMIG informou à Confecção Veste Bem que, a partir de 4 de junho de 2001, o seu consumo de energia elétrica deveria atender a uma meta mensal de consumo máximo. Essa meta foi estabelecida pela aplicação de redução de 20% sobre a média aritmética dos consumos verificados nos meses de maio, junho e julho de 2000.



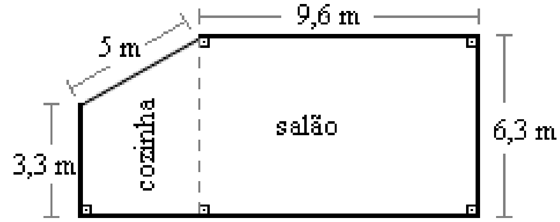
O gráfico acima mostra o consumo da Confecção Veste Bem, no período de maio de 2000 a fevereiro de 2001.

a) A Confecção Veste Bem tinha compromissos assumidos até dezembro de 2001, que deviam ser cumpridos. Assim, seu gerente adotou a seguinte estratégia de consumo: trabalharam o mês de junho de 2001 normalmente e, em cada um dos meses seguintes, reduziram o consumo em 10% em relação ao consumo do mês anterior, até dezembro de 2001.
Sabendo que, no mês de junho de 2001 o consumo foi de 1000KWh, responda, justificando sua resposta, se o consumo do mês de setembro de 2001 da Confecção Veste Bem ficou abaixo da meta mensal.

b) Em novembro de 2001, a Confecção Veste Bem foi comunicada de que a meta mensal de consumo máximo seria alterada a partir de dezembro de 2001, podendo optar por uma dentre duas alternativas: redução de 7% sobre a média aritmética dos consumos verificados nos meses de maio, junho e julho de 2000 ou redução de 20% sobre a média aritmética dos consumos verificados nos meses de dezembro de 2000 e janeiro e fevereiro de 2001. Responda, justificando sua resposta, qual das duas alternativas estabelece para a Confecção Veste Bem uma maior meta mensal.

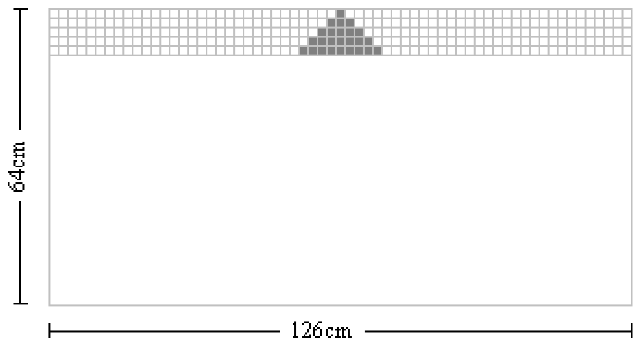
Questão 02

João comprou uma loja num shopping, onde pretende montar uma lanchonete com uma cozinha e um salão, e precisa, neste momento, comprar o material necessário para revestir o piso. O desenho ao lado mostra as dimensões da futura lanchonete.



João optou por colocar pastilhas quadradas de porcelana de 2 cm de lado, nas cores branca e cinza.

a) No piso do salão, João fará um mosaico usando 75 retângulos de 126 cm por 64 cm. Em cada retângulo, será formada uma figura com as pastilhas, dispondo-as do seguinte modo: na primeira fileira, coloca-se uma pastilha cinza; na segunda fileira colocam-se três pastilhas cinzas; na terceira fileira colocam-se cinco pastilhas cinzas, e assim por diante, até terminar com uma fileira de 63 pastilhas cinzas. A área restante deverá ser coberta com as pastilhas brancas. A figura ao lado mostra um retângulo com as cinco primeiras fileiras preenchidas.

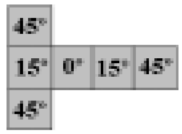


Quantas pastilhas de cor cinza serão necessárias para revestir **todo o piso do salão**?

b) No piso da cozinha, João pretende usar apenas pastilhas de cor branca. Sabendo que algumas pastilhas deverão ser cortadas para fazer a união do piso com a parede e que estas poderão ser danificadas, calcule o número de pastilhas necessárias para revestir a área da cozinha, acrescentando 1% para eventuais perdas.

Questão 03

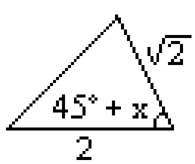
Para incentivar o estudo de trigonometria, uma escola resolveu promover um concurso entre seus alunos, tendo como prêmios bolsas de estudo para o próximo ano. Neste concurso, cada aluno sorteará uma cartela contendo dois problemas numerados, envolvendo uma variável x. De posse desta cartela, o aluno receberá um dado contendo em suas faces três possíveis valores de ângulos, em graus, para x. A figura abaixo é uma planificação deste dado.



Então, o aluno fará dois lançamentos do dado e o valor obtido em cada lançamento deverá ser substituído na variável x para a solução do respectivo problema, isto é, o valor do primeiro lançamento no problema 1 e o valor do segundo lançamento no problema 2.

O aluno será premiado, se os valores obtidos na solução dos dois problemas forem iguais.

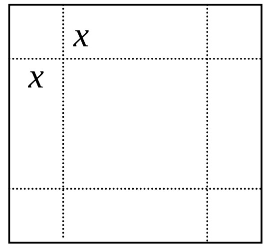
a) Thaís sorteou uma cartela contendo os dois problemas que aparecem na tabela abaixo. Preencha a tabela, determinando as soluções dos problemas para os três possíveis valores de x. Baseando-se nesta tabela, determine, na ordem correta dos lançamentos, as possíveis seqüências de valores de x que Thaís deve obter nos dois lançamentos do dado, para que seja premiada.

Problemas	x = 0º	x = 15º	x = 45º
1) Encontre o valor da expressão: $\cos(2x) + \text{sen}(2x)$			
2) Determine a área do triângulo abaixo: 			
Possíveis seqüências premiadas:			

b) Determine a probabilidade de Thaís obter uma seqüência premiada nos dois lançamentos do dado.

Questão 04

Usam-se folhas de cartolina no formato de um quadrado de medida lateral igual a 1,2m, para a construção de caixas sem tampa. Cada caixa é construída recortando-se um pequeno quadrado em cada um dos cantos de uma cartolina e dobrando-se na linha pontilhada, conforme ilustra a figura.



a) Construiu-se uma caixa, como descrito acima, recortando-se quadrados de lado igual a *10cm*. Determine o volume desta caixa **em litros**. (Lembre-se de que 1litro = $1dm^3$)

b) Sendo x a medida, **em decímetros**, dos lados dos pequenos quadrados a serem recortados, obtenha uma função que, para cada valor de x, dê o volume V da caixa que será construída, **em litros**, e determine seu domínio, de acordo com os dados do problema.

c) Querendo-se construir uma caixa com capacidade para 128 litros, qual deve ser o valor de x? Este valor é único? Justifique suas respostas.

Questão 05

Em um tanque, se encontra uma salmoura (solução de sal em água), que se mantém homogênea mediante a ação permanente de um misturador. A partir de um certo instante, o tanque passa a receber um fluxo constante de água, ao mesmo tempo que uma torneira começa a escoar a salmoura em quantidade igual, em cada instante, ao volume de água que entrou no tanque.

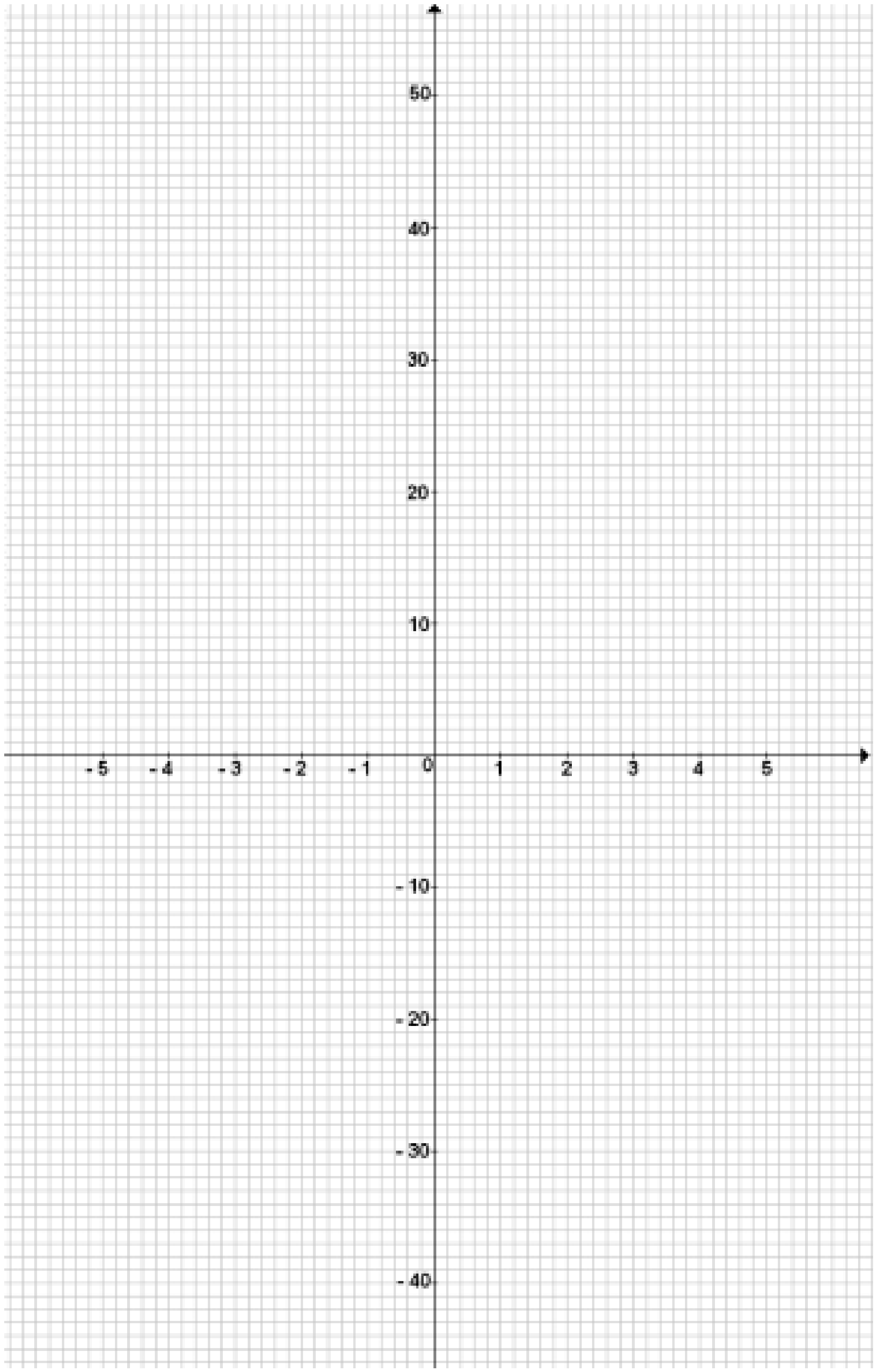
A função que exprime a quantidade $f(t)$ de sal existente no tanque no instante t é uma função exponencial da forma $f(t) = a\ b^t$, onde a e b são constantes e t é medido em horas, a partir do instante em que a salmoura começou a escoar.

a) Sabendo-se que, no instante inicial, a quantidade de sal no tanque era 48kg e que, após 1h, a quantidade de sal reduziu-se a 24kg, encontre as constantes a e b e determine $f(t)$.

b) Usando a tabela abaixo e as propriedades de logaritmos, determine quanto tempo será necessário para que a quantidade de sal se reduza a 18kg.

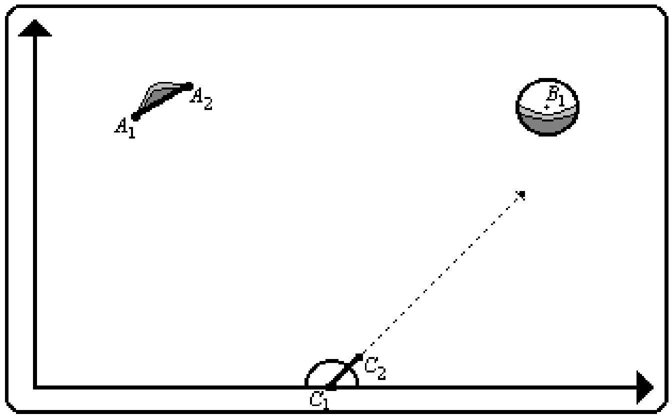
x	2	3	5	7
$\log_2 x$	1,00	1,58	2,32	2,81
$\log_3 x$	0,63	1,00	1,46	1,77
$\log_5 x$	0,43	0,68	1,00	1,21

c) No sistema de eixos abaixo, faça o gráfico da função $f(\mathrm{t})$ para $\mathrm{t} \geq 0$, destacando as imagens das abscissas representadas. Responda, justificando sua resposta, se em algum instante a quantidade de sal no tanque será nula.



Questão 06

Um programa de animação de computador simula o ataque a objetos voadores que invadem o planeta. Os objetos são de dois tipos: um objeto do tipo *A*, com base retilínea, e um objeto do tipo *B*, de formato circular, como ilustrado a seguir:



O programa simulador usa como referência para a tela do computador, um sistema de coordenadas cartesianas, com origem no canto inferior esquerdo da tela. Em cada instante, a posição do objeto tipo *A* na tela fica determinada pelos pontos extremos da base, A_1 e A_2. A posição do objeto tipo *B* fica determinada pelo centro B_1, sabendo-se que o seu raio é igual a $5\sqrt{2}$.

O planeta ataca com um canhão no solo, que dispara projéteis em trajetórias retilíneas nas direções determinadas, em cada instante, pelos pontos C_1, base do canhão, e C_2, extremo do canhão. A base do canhão está fixada no ponto $C_1(100,0)$. Então, a cada disparo, a trajetória do projétil fica determinada simplesmente pelo ponto C_2.

O programa simulador explodirá um objeto do tipo *A*, se um projétil atingi-lo em uma trajetória perpendicular à sua base, e explodirá um objeto do tipo *B*, se um projétil atingi-lo em uma trajetória não tangente.

a) Um projétil disparado com o extremo do canhão na posição $C_2(98,5)$ atingiu um objeto do tipo *A*, quando este estava na posição $A_1(15,206)$ e $A_2(25,210)$. O objeto explodirá? Justifique sua resposta.

b) Um objeto do tipo B está estacionado na posição $B_1(150,40)$, enquanto um projétil foi disparado com o extremo do canhão na posição $C_2(104,4)$. O projétil explodirá o objeto? Justifique sua resposta.