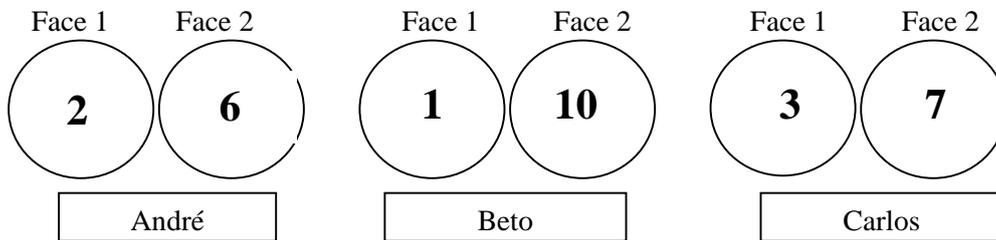


PROVA DE MATEMÁTICA – MÓDULO III DO PISM (triênio 2004-2006)

QUESTÕES OBJETIVAS

09. Num determinado jogo, cada participante recebe uma ficha circular (tipo uma moeda) com um número impresso em cada uma das faces. Dois jogadores lançam suas fichas aleatoriamente e observam os números que ocorreram nas faces voltadas para cima. Vence aquele cuja ficha apresentar o maior número. André, Beto e Carlos recebem, cada um, uma ficha conforme ilustrado abaixo.



Cada ficha é equilibrada de forma que ambas as faces tenham a mesma probabilidade de ocorrência. Nessas condições, é correto afirmar que:

- na disputa entre André e Beto, André tem maior probabilidade de vencer.
- na disputa entre Beto e Carlos, Beto tem maior probabilidade de vencer.
- na disputa entre Carlos e André, Carlos tem maior probabilidade de vencer.
- na disputa entre Beto e André, Beto tem maior probabilidade de vencer.
- em qualquer disputa dois a dois, os três têm sempre a mesma probabilidade de vencer.

10. Sobre um segmento de reta AB , onde $A(0,1)$ e $B(6,19)$, marcam-se dois pontos C e D tais que C é o ponto médio de AB e $AD = \frac{1}{3}AC$. As coordenadas de D são:

- $\left(1, \frac{10}{3}\right)$
- $\left(1, \frac{11}{3}\right)$
- $(1,4)$
- $(2,7)$
- $(3,10)$

11. Considere as retas r e s de equações $r: y-2x+2=0$ e $s: 4y-3x-1=0$. Sabendo que o ponto $A(\alpha, 6)$ pertence à reta r , a distância de A à reta s é:

- um número racional entre 1 e 5.
- um número racional entre 0 e 1.
- zero, pois A pertence à reta s .
- um número irracional entre 0 e 1.
- um número irracional entre 1 e 5.

12. Um jogo de perguntas obedece às seguintes regras: a cada pergunta não respondida perde-se 1 ponto; a cada pergunta respondida corretamente ganham-se 6 pontos e respondida de forma errada perdem-se 2 pontos. Ao participar desse jogo, Carlos acumulou 52 pontos, sendo que lhe foram feitas 24 perguntas. Sabendo que o número de perguntas respondidas por Carlos é cinco vezes o número de perguntas que ele não respondeu, pode-se afirmar que:
- a) Carlos deixou de responder mais de cinco perguntas.
 - b) Carlos acertou mais respostas do que errou.
 - c) Carlos acertou uma quantidade ímpar de respostas.
 - d) Carlos errou menos que 6 respostas.
 - e) Carlos errou uma quantidade ímpar de respostas.

13. O produto de duas raízes da equação algébrica $9x^3 - 36x^2 + \beta x - 6 = 0$ é igual a 2. Sobre as raízes dessa equação, podemos afirmar que:
- a) uma delas é um número inteiro.
 - b) têm soma igual a $\frac{29}{9}$.
 - c) uma delas é um número complexo não-real.
 - d) duas delas são positivas e uma é negativa.
 - e) o produto delas é igual a 4.

14. Considere o polinômio em x :

$$p(x) = (4 + \beta)x^4 + (5 + \beta)x^3 + (4 + \beta)x^2 + (5 + \beta)x + (\beta + 3).$$

Sabendo que 0 é uma raiz do polinômio $p(x)$, podemos afirmar que:

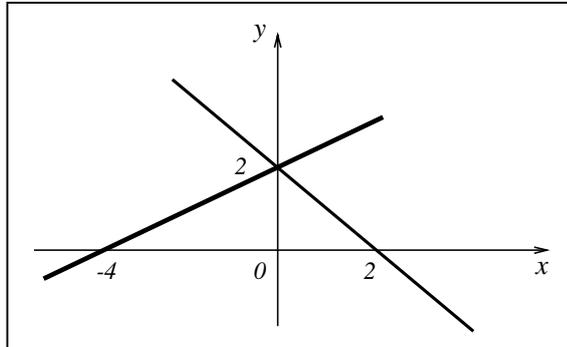
- a) p possui apenas raízes reais.
- b) uma raiz de p está contida no intervalo $[-4, -1]$.
- c) a soma das raízes de p é 7.
- d) excluindo a raiz 0, as demais raízes de p não são reais.
- e) as raízes reais de p estão contidas no intervalo $] -1, 4[$.

15. Sobre o sistema

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + (a^2 - 1)y = a + 4 \end{cases}$$

foram feitas as seguintes afirmações:

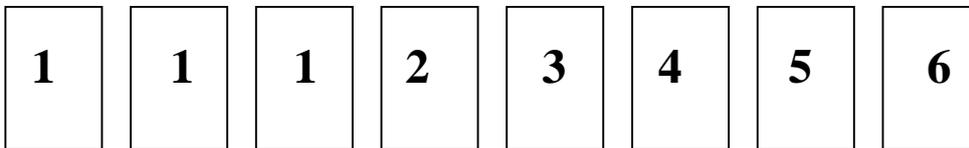
- I. O sistema possui solução somente se $a = -1$ ou $a = 1$.
- II. Se $a \neq 2$ e $a \neq -2$, o sistema possui uma única solução.
- III. Se $a = -2$, o sistema admite a representação geométrica abaixo.



Então:

- a) somente a afirmação II é verdadeira.
- b) somente a afirmação III é verdadeira.
- c) somente as afirmações II e III são verdadeiras.
- d) somente as afirmações I e III são verdadeiras.
- e) as três afirmações são verdadeiras.

16. Colocando em seqüência seis dos cartões abaixo, pretende-se formar números de 6 algarismos.



Quantos desses números podem ser formados, utilizando-se, simultaneamente, os três cartões impressos com o algarismo 1?

- a) 10
- b) 120
- c) 720
- d) 1200
- e) 2400

QUESTÕES DISCURSIVAS

01. Considere o polinômio $p(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + mx + n$, onde $m, n \in \mathbb{R}$.

a) Para $m = -8$ e $n = -12$, escreva o polinômio como produto de polinômios de grau 1.

b) Existem valores de m e n para os quais o polinômio p possua quatro raízes inteiras e positivas? Justifique sua resposta.

02. Considere a circunferência $\lambda : x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$ e a reta $r : x + y = 0$.

a) Determine a equação da reta que passa pelo centro da circunferência λ e é perpendicular à reta r .

b) Determine a equação da circunferência concêntrica à circunferência λ e tangente à reta r .