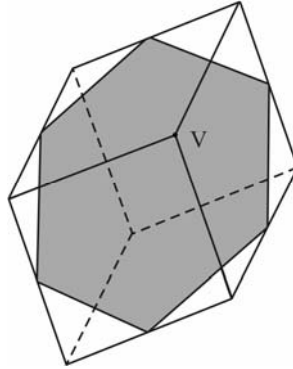


QUESTÕES DISCURSIVAS

- 1) Um plano π secciona um cubo de volume 64 cm^3 nos pontos médios de seis de suas arestas, gerando dois sólidos S_1 e S_2 , sendo que S_1 contém o vértice V , conforme ilustrado na figura abaixo:



- a) Calcule a distância do vértice V ao plano π .

$$64 = V_c = a^3 \Rightarrow a^3 = 2^6 \Rightarrow a = 4$$

$$d_c = a\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$d_{V\pi} = \frac{1}{2}d_c = 2\sqrt{3}$$

(Valor: 1,4 pontos)

- b) Calcule a área da seção formada pela interseção do plano π com o cubo.

$A_h = \frac{n \cdot l \cdot m}{2}$, onde $n = 6$ é o número de lados do hexágono, l é o lado do hexágono e m o seu apótema.

$$l^2 = a^2 + a^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow l = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{m}{l/2} = \text{tg } 60^\circ \Rightarrow \frac{m}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow m = \sqrt{6}$$

$$A_h = \frac{6 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}{2} = 6\sqrt{12} = 12\sqrt{3}$$

(Valor: 1,4 pontos)

c) Calcule a área total do sólido S_1 .

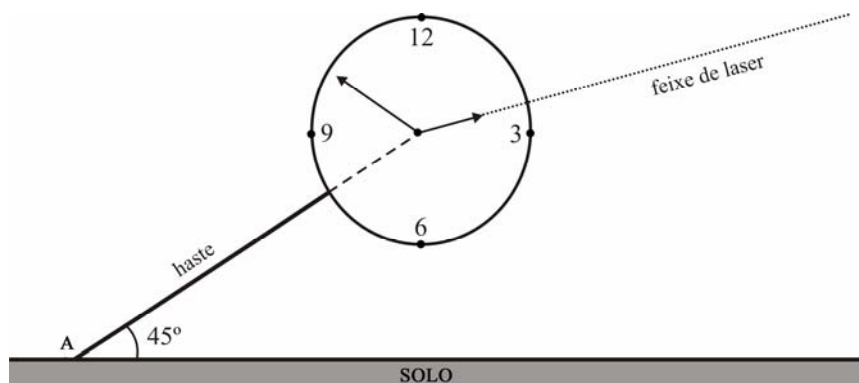
$A = A_h + \frac{1}{2} A_c$, onde A é a área desejada, A_h é a área do hexágono e A_c é a área total do cubo.

Assim:

$$A = 12\sqrt{3} + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4^2 = 12\sqrt{3} + 48 = 12(4 + \sqrt{3})$$

(Valor: 1,2 pontos)

- 2) Em um plano perpendicular ao solo, encontram-se um relógio e uma haste retilínea fixa de 10 metros que o sustenta. A haste tem suas extremidades presas no solo, no ponto A e no centro do relógio, formando 45° graus com o solo. Uma fonte de raio laser encontra-se presa na extremidade do ponteiro de horas e emite um feixe luminoso na direção e sentido definidos por esse ponteiro. Veja a figura abaixo:



- a) Em quais horários o feixe de raio laser estará alinhado com a haste?

Como a haste forma um ângulo de 45° , temos que o setor circular entre 12 e 3, que tem 90° , ficará dividido exatamente ao meio. Logo o ponteiro das horas estará exatamente entre os números 1 e 2 do relógio, isto é 1:30. O mesmo se aplica às 13:30. O mesmo argumento é utilizado para se obter 7:30 e 19:30.

R: 1:30, 7:30, 13:30 e 19:30.

(Valor: 0,8 ponto)

b) Qual será o ângulo formado entre a haste e o ponteiro de horas, quando forem 19 horas?

$$\frac{1}{2} \frac{360^\circ}{12} = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$$

(Valor: 0,8 ponto)

c) Exatamente às 19 horas, a que distância do ponto A o feixe de raio laser tocará o solo?

$$\frac{x}{\text{sen}15^\circ} = \frac{10}{\text{sen}120^\circ} \Rightarrow \frac{x}{\text{sen}15^\circ} = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{x}{\text{sen}15^\circ} = \frac{20}{\sqrt{3}}$$

$$\text{sen} 15^\circ = \text{sen} (45^\circ - 30^\circ) = \text{sen} 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \text{sen} 30^\circ \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \right)$$

Assim:

$$x = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{sen}15^\circ = \frac{20}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \right) = 5\sqrt{3} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{3} \right)$$

(Valor: 2,4 pontos)